2.9.6 Sčítání mnohočlenů I

Předpoklady: 020905

Př. 1: Vypočti výraz $2\cdot(-3)-\left[3+2(-3)+(-2)^2\cdot(-4)\right]-\sqrt{49}$.

$2\cdot(-3)-\left[3+2(-3)+(-2)^2\cdot(-4)\right]-\sqrt{49}=$
$=-6-\left[3-6+4\cdot(-4)\right]-7=$
$=-6-[-3-16]-7=-6-(-19)-7=6$

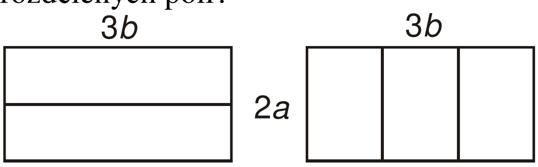
Dodatek: Kontrola: 2*(-3)-(3+2*(-3)+(-2)^2*(-4))-sqrt(49).

Př. 2: Vypočti výraz $(-4)^2-2\left\{3^3+(-3)\cdot\sqrt{16}-\left[4\cdot2-\left(-2^3\right)-5\cdot(-4)\right]+\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}\right\}$.

$(-4)^2-2\left\{3^3+(-3)\cdot\sqrt{16}-\left[4\cdot2-\left(-2^3\right)-5\cdot(-4)\right]+\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}\right\}=$
$16-2\left\{27+(-3)\cdot4-\left[8-(-8)-(-20)\right]+6\right\}=$
$16-2\left\{27-12-[8+8+20]+6\right\}=$
$16-2\left\{27-12-36+6\right\}=16-2(-15)=46$

Dodatek: Kontrola: (-4)^2-2*(3^3+(-3)*sqrt(16)-(4*2-(-2^3)-5*(-4))+sqrt(6)*sqrt(6)).

Př. 3: Jedno pole standardního regálového policového sytému o rozměrech $2a\times3b$ je rozděleno buď jednou vodorovnou, nebo dvěma svislými příčkami. Kolik běžných metrů desky o požadované hloubce je třeba na výrobu pěti svisle a tří vodorovně rozdělených polí?



Délka desky potřebná pro vodorovně rozdělené pole:

- dva kusy o délce $2a$ (pravá a levá stěna),
- tři kusy o délce $3b$,

$\Rightarrow$ celkem: $2\cdot2a+3\cdot3b=4a+9b$.

Délka desky potřebná pro svisle rozdělené pole:

- čtyři kusy o délce $2a$,
- dva kusy o délce $3b$,

$\Rightarrow$ celkem: $4\cdot2a+2\cdot3b=8a+6b$.

Pro pět svisle a tři vodorovně rozdělená pole:
$5\cdot(8a+6b)+3(4a+9b)=40a+30b+12a+27b=52a+57b$.

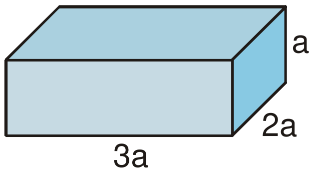
Na výrobu pěti svisle a tří vodorovně rozdělených polí je třeba $52a+57b$ metrů desky po požadované hloubce.

Pedagogická poznámka: Vytvoření výsledného výrazu nečiní žákům v porovnání s následujícím příkladem větší problémy.

Pedagogická poznámka: u následujícího příkladu je třeba poměrně brzy po zkontrolování předchozího příkladu prozradit, že se k označení stran bude používat jedno písmenko *a*.

Př. 4: Délky hran kvádru jsou v poměru 1:2:3. Nakresli obrázek kvádru ležícího na největší stěně. Urči obsahy jeho stěn a vypočti jeho povrch. Vztah pro povrch uprav na co nejjednodušší tvar.

Délky hran v poměru 1:2:3 $\Rightarrow$ označíme si nejkratší stranu a $\Rightarrow$ zbývající strany mají délku $2a$ a $3a$.



Spodní a vrchní stěna: $S=ab=3a\cdot 2a=6a^2$.
Pravá a levá boční stěna: $S=ab=2a\cdot a=2a^2$.
Přední a zadní stěna: $S=ab=3a\cdot a=3a^2$.

Povrch kvádru: Sečteme obsahy všech stěn:
$P=2\cdot 6a^2+2\cdot 3a^2+2\cdot 2a^2=12a^2+6a^2+4a^2=22a^2$
Povrch kvádru je určen výrazem $22a^2$.

Proč jsme sečetli jednotlivé části výrazu takto: $P=12a^2+6a^2+4a^2=22a^2$ a ne například takto: $P=12a^2+6a^2+4a^2=22a^6$ nebo takto: $P=12a^2+6a^2+4a^2=288a^6$?

Rozepíšeme si, co znamenají jednotlivé části výrazu:
$$P=12a^2+6a^2+4a^2=\underbrace{a^2+a^2+\ldots+a^2}_{12\,krát}+\underbrace{a^2+a^2+\ldots+a^2}_{6\,krát}+\underbrace{a^2+a^2+\ldots+a^2}_{4\,krát}=22a^2$$
Z rozepsání je zřejmé, že dohromady sčítáme 22 x číslo a^2.

Můžeme argumentovat i jinak.
Plocha přední stěny je $3a^2$ $\Rightarrow$ můžeme ji pokrýt třemi dlaždicemi $a\times a$ o obsahu a^2. Stejně můžeme postupovat u dalších stran $\Rightarrow$ dohromady potřebujeme na pokrytí celého kvádru $3+3+2+2+6+6=22$ stejných dlaždic o obsahu a^2 $\Rightarrow$ povrch celého kvádru je $22a^2$.

Pedagogická poznámka: Ve třídě nechám žáky spočítat povrch kvádru, napíšeme si různé výsledky na tabuli a pak diskutujeme, který z nich může být správný. Diskuse podle mě musí proběhnout, protože správný postup pro sečtení členů není (ani lepším žákům) zřejmý a teprve během diskuse se autoři špatných vzorečků začnou postupně divit, jak to mohli upravit tak špatně.

Př. 5: Ověř správnost součtu $P = 12a^2 + 6a^2 + 4a^2 = 22a^2$ dosazením. Která hodnota čísla a není pro kontrolu dosazením vhodná?

Dosadíme hodnotu $a = 2$. Pro ověřování dosazením není vhodná hodnota $a = 1$, protože $1^2 = 1^6 = 1 \Rightarrow$ dosazením $a = 1$ bychom nerozlišili například výsledky $22a^2$ a $22a^6$.

Neupravený výraz: $P = 12a^2 + 6a^2 + 4a^2 = 12 \cdot 2^2 + 6 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2^2 = 88$.
Upravené výrazy:

- $22a^2 = 2 \cdot 2^2 = 22 \cdot 4 = 88$,
- $22a^6 = 2 \cdot 2^6 = 22 \cdot 64 = 1\,408$,
- $288a^6 = 288 \cdot 2^6 = 288 \cdot 64 = 18\,432$.

Správnost odvozeného vzorce jsme si ověřili i dosazením.

Shrnutí: Při sčítání mnohočlenů můžeme sčítat pouze různá množství toho "samého".